

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



## Matematica Generale (Cdl. EF)

Dott. Giovanni Masala – 29 gennaio 2013

### Domanda 1 (punti 5).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(4-x)}{x^2-4}$$

Dominio (punti 2)	$E = (-\infty, 4) \setminus \{-2, 2\}$
Positività (punti 2)	$P = (-\infty, -2) \cup (2, 3)$
Intersezioni (punti 1)	$A(0; -(\log 4)/4) \quad B(3; 0)$

### Domanda 2 (punti 5).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = e^{2x^3+4x^2}$

Derivata prima (punti 2)	$f' = 2x \cdot (3x+4) \cdot e^{2x^3+4x^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi (punti 3)	$M(-4/3; e^{64/27}) \quad m(0; 1) \quad \text{decresce in } (-4/3, 0)$

### Domanda 3 (punti 5).

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \frac{2x}{x^2+2}$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{2(2-x^2)}{(x^2+2)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{4x \cdot (x^2-6)}{(x^2+2)^3}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa in $(-\sqrt{6}, 0) \cup (\sqrt{6}, +\infty)$ $F_1(0; 0) \quad F_2(-\sqrt{6}; -\sqrt{3}/8) \quad F_3(\sqrt{6}; \sqrt{3}/8)$

### Domanda 4 (punti 5).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{3x^4 - 4x^3 + x - 5}{(x^2 - 5x + 6) \cdot (x-1)}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3\}$
As. verticali (punti 2)	$x = 1, x = 2 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 3x + 14$

### Domande teoriche (punti 10)

- Definizione di limite infinito e legame con l'asintoto verticale (punti 4)
- Definizione di estremi relativi e legame con la derivata prima (punti 3)
- Legame tra continuità e derivabilità (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



**Domanda 5 (punti 6).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti):

$$\int_0^2 \frac{2x+4}{8x+6} dx \quad \text{e} \quad \int 4x \cdot \log(1+x) dx$$

Integrale definito (punti 3)	primitiva: $\frac{1}{16}(4x+3+5\log(4x+3))$ $\frac{1}{16}(8+5\log 11-5\log 3) \approx 0,9060$
Integrale indefinito (punti 3)	$2x - x^2 - 2\log(1+x) + 2x^2 \cdot \log(1+x) + c$

**Domanda 6 (punti 6).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x + k \cdot y = 4 \\ 3x + 2y = k \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k = -6; 6$ sol. unica (altrimenti incomp.)
Soluzioni (punti 4)	$k = -6: (x = -14/11; \quad y = -12/11)$ $k = 6: (x = 2; \quad y = 0)$

**Domanda 7 (punti 8).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 - x \cdot y + 4y^2 + 4x + y - 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 2y = 1$ .

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x - y + 4 \quad f_y = -x + 8y + 1$
Estremi liberi (punti 3)	$m(-11/5; -2/5) \quad z = -28/5 \quad H = 15$
Estremi vincolati (punti 3)	$m(-1/5; 3/5) \quad \lambda = 3 \quad z = 2/5 \quad H = -20$

**Domande teoriche (punti 10).**

- Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4)
- Il teorema e la regola di Cramer (punti 3)
- Definizione di derivata parziale con esempi (punti 3)